

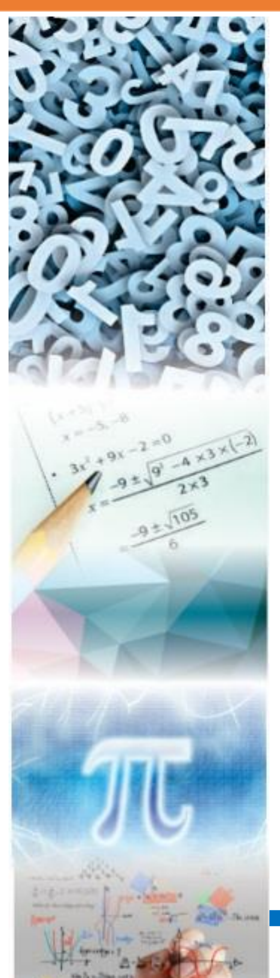
Profesor
Diego Pérez U.



ARITMÉTICA

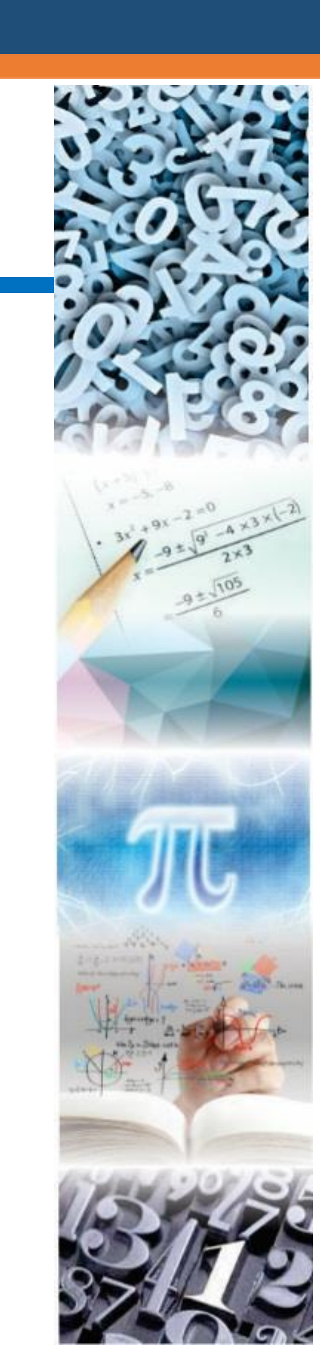
GRUPO PITÁGORAS





AVANCE I

RAZONES Y PROPORCIONES





RAZONES

UNA RAZÓN , ES EL RESULTADO DE COMPARAR DOS CANTIDADES HOMOGÉNEAS ; ESTA COMPARACIÓN SE DA POR SUSTRACCIÓN O DIVISIÓN.

TIPOS DE RAZONES

RAZÓN ARITMÉTICA (R.A) :

ES EL RESULTADO DE COMPARAR DOS CANTIDADES , MEDIANTE LA OPERACIÓN DE LA **SUSTRACCIÓN**.

$$a - b = r$$

- a = Antecedende
- b = Consecuente
- r = Valor de la razón



RAZÓN GEOMÉTRICA (R.G) :

ES EL RESULTADO DE COMPARAR DOS CANTIDADES , MEDIANTE LA OPERACIÓN DE LA **DIVISIÓN**.

$$\frac{a}{b} = k$$

- $a =$ Antecedende
- $b =$ Consecuente
- $k =$ Valor de la razón

❑ Si no nos mencionan el tipo de razón , asumiremos que se refiere a una **Razón Geométrica**.



EJEMPLO:





PRECIO S/.200



PRECIO S/.1400

RAZÓN ARITMÉTICA: $1400 - 200 = 1200$

RAZÓN GEOMÉTRICA: $\frac{1400}{200} = 7$ O $\frac{200}{1400} = \frac{1}{7}$



SERIE DE RAZONES GEOMÉTRICAS EQUIVALENTES (S.R.G.E)

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3} = \frac{a_4}{b_4} = \cdots = \frac{a_n}{b_n} = k$$

$a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n$ → ANTECEDENTES

$b_1, b_2, b_3, b_4, \dots, b_n$ → CONSECUENTES

EN UNA SERIE DE RAZONES GEOMÉTRICAS EQUIVALENTES TODO ANTECEDENTE ES NÚMERICAMENTE IGUAL AL PRODUCTO DE SU RESPECTIVO CONSECUENTE POR LA CONSTANTE DE PROPORCIONALIDAD (K).

$$a_1 = c_1 k$$
$$a_2 = c_2 k$$
$$a_3 = c_3 k$$
$$\vdots$$
$$a_n = c_n k$$



PROPIEDADES

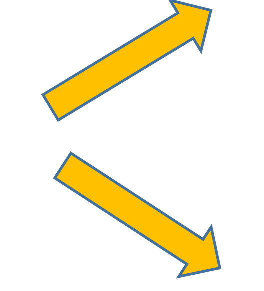
$$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \ldots + a_n}{b_1 + b_2 + b_3 + b_4 + \ldots + b_n} = \mathrm{K}$$



$$\frac{a_1 + a_2 + a_3}{b_1 + b_2 + b_3} = \mathrm{K}$$

$$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4}{b_1 + b_2 + b_3 + b_4} = \mathrm{K}$$

$$\frac{a_1 x a_2 x a_3 x a_4 x \ldots x a_n}{b_1 x b_2 x b_3 x b_4 x \ldots x b_n} = \mathrm{k}^n$$



$$\frac{a_1 x a_2 x a_3}{b_1 x b_2 x b_3} = k^3$$

$$\frac{a_1 x a_2}{b_1 x b_2} = k^2$$



ADICIONAL

$$\left(\frac{A}{M}\right)^n = \left(\frac{B}{N}\right)^n = \left(\frac{C}{P}\right)^n = \left(\frac{D}{Q}\right)^n = k^n \qquad , n \,\mathcal{E}\, \mathbb{Q}$$

$$\frac{A+M}{A-M} = \frac{B+N}{B-N} = \frac{C+P}{C-P} = \frac{D+Q}{D-Q} = \frac{K+1}{K-1}$$

$$\frac{A}{M} = \frac{B}{N} = \frac{C}{P} = \frac{D}{Q} = K$$

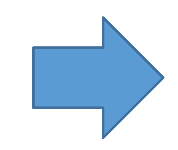
$$\frac{A+M}{M} = \frac{B+N}{N} = \frac{C+P}{P} = \frac{D+Q}{Q} = K+1$$

$$\frac{A-M}{A} = \frac{B-N}{B} = \frac{C-P}{C} = \frac{D-Q}{D} = \frac{K-1}{K}$$

PROPORCIONES

Es la igualdad de dos razones de la misma clase y tiene el mismo valor.

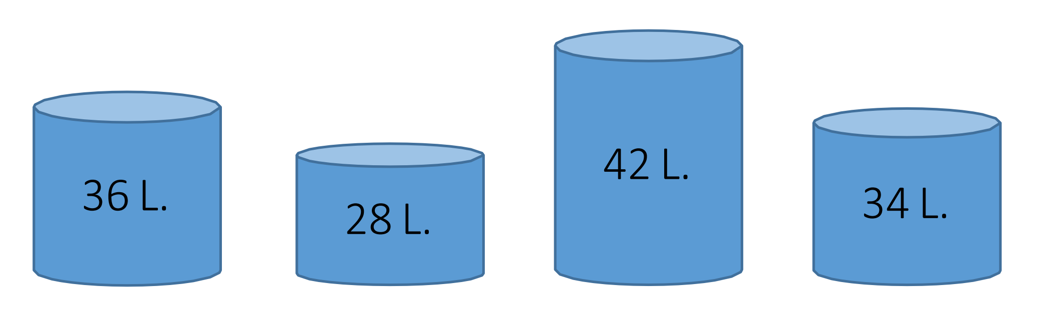
Proporción Aritmética



Es la igualdad de dos razones aritméticas.

Ejemplos

Se tiene 4 recipientes de vino cuyos volúmenes son 36 L ; 28 L ; 42 L y 34 L.



Se observa que:

36 - 28 = 42 - 34

Donde:

- 36 y 34: términos extremos
- 28 y 42: términos medios



Tipos de Proporción Aritmética

a. Discreta

Cuando los términos medios son diferentes.

$$a - b = c - d$$

Donde:

d: cuarta diferencial de a, b y c.

b. Continua

Cuando los términos medios son iguales.

$$a - b = b - c$$

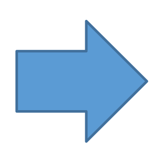
Donde:

b: media diferencial de a y c.

c: tercera diferencial de a y b.



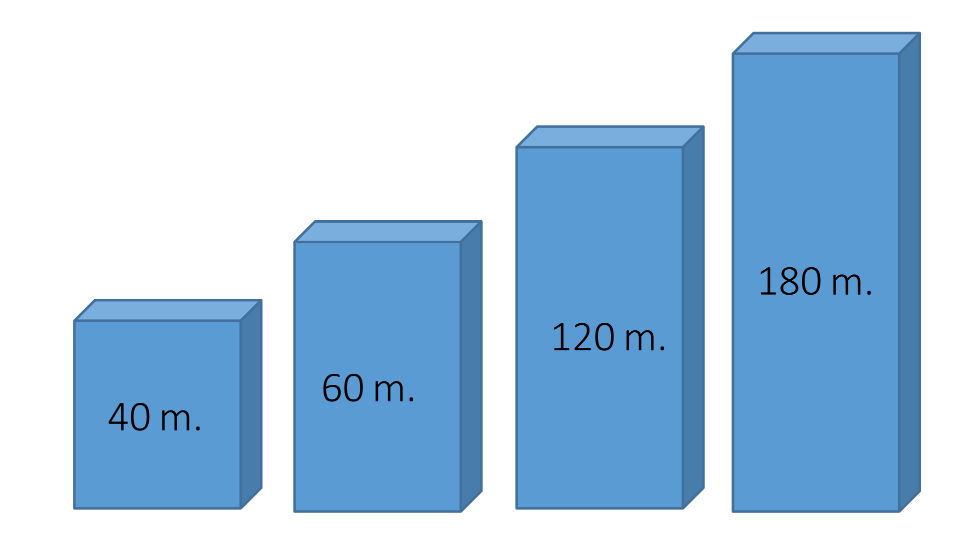
Proporción Geométrica



Es la igualdad de dos razones geométricas.

Ejemplos

Se tiene las alturas de 4 edificios que son de 40 m; 60 m; 120 m; 180 m.



Se observa que:

$$\frac{40}{60} = \frac{120}{180}$$

Donde:

- 40 y 180: términos extremos
- 60 y 120: términos medios



Tipos de Proporción Geométrica

a. Discreta

Cuando los términos medios son diferentes.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Donde:

d: cuarta proporcional de a, b y c.

b. Continua

Cuando los términos medios son iguales.

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

Donde:

b: media proporcional de a y c.

c: tercera proporcional de a y b.



Observación

Cuando nos hablen de una proporción geométrica continua o una serie de razones geométricas equivalentes continuas (S.R.G.E.C) podemos usar la siguiente expresión:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = k$$

Conversión:

$$\frac{dk^3}{dk^2} = \frac{dk^2}{dk} = \frac{dk}{d} = k$$

EJERCICIOS

1

Si

- $3a$ es la media diferencial de 57 y 39.
- 32 es la tercera proporcional de $2b$ y a.
- c es la media proporcional de a y b.

Calcule $a+b+c$.

PITAGORAS ACADEMIA

EJERCICIOS

2

El número de niños y niñas en una fiesta infantil está en la relación de 2 a 5. Si al cabo de 2 horas llegan 10 parejas y 6 niños, la nueva relación sería de 4 a 7. Hallar el número de asistentes.

EJERCICIOS

3

En una proporción aritmética, los términos extremos son entre sí como *4* es a *3* y los términos medios son como *5* es a *9*. Calcule la suma de antecedentes, si se diferencian en *18*.

PITAGORAS ACADEMIA

EJERCICIOS

4

Si $\frac{8}{p}=\frac{p}{q}=\frac{q}{27}=\frac{x}{63}$,

halle la suma de las cifras de x.

EJERCICIOS

5

En una proporción geométrica continua de constante entera, la suma de términos es 150. Calcule la diferencia de los extremos.

EJERCICIOS

6

La suma, diferencia y el producto de dos números está en la misma relación que los números 5; 1 y 36. Halle el menor.

EJERCICIOS

7

Si $\frac{a^2+4}{a^2-4}=\frac{b^2+9}{b^2-9}=\frac{c^2+25}{c^2-25}$

además $a\times b\times c=240$

Determine $(a+b+c)$.

EJERCICIOS

8

Se mezcla 24 litros de un líquido A, con 60 litros de otro líquido B. Si se extrae 28 litros de dicha mezcla y son reemplazados por el líquido A. Halle la relación final de los líquidos A y B que se encuentran en la mezcla.

EJERCICIOS

9

En una serie de 3 razones geométricas iguales y continuas, la suma del primer antecedente y el último consecuente es 1274. Hallar la suma de los antecedentes, si la suma de las tres razones es $1\frac{7}{8}$.

EJERCICIOS



Si se tiene $\frac{p^2}{12}=\frac{q^2}{27}=\frac{r^2}{48}=\frac{s^2}{147}$

y $(p+s)-(q+r)=36$. Halle $(p+q+r+s)$.



EJERCICIOS

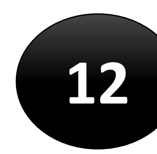
11

El jardinero A planta rosas más rápidamente que el jardinero B en la proporción de 4 a 3. Cuando B planta x rosas en 1 hora. A planta x + 2 rosas. ¿Cuántas rosas planta B en 4 horas?

CLAVE : A



EJERCICIOS



En una proporción geométrica el producto de los antecedentes es 80 y el producto de los consecuentes es 180. Si el producto de los 2 términos de la primera razón es 96, hallar el cuarto término de dicha proporción.

CLAVE : D



EJERCICIOS

13

Dada la siguiente serie de razones geométricas equivalentes:

$$\frac{27}{a} = \frac{b}{70} = \frac{15}{c} = \frac{d}{14}$$

además: $b - d = 24$. Hallar: $a + b + c + d$

CLAVE : B



EJERCICIOS

14

El producto de los cuatro términos de una proporción geométrica es 50 625. Sabiendo que los medios son iguales y que uno de los extremos es 75, indicar la suma de los 4 términos de la proporción.

CLAVE : B



EJERCICIOS

15

Si

$$\frac{a}{5}=\frac{b}{8}=\frac{c}{15}$$

y además $3a-5b+2c=245$. Halle el valor de $a+b+c$.

CLAVE : A

EJERCICIOS

16

Si la tercera proporcional de "a" y "b" es la media proporcional también de "a" y "b", luego:

A) $a = b$ B) $b^2 = a$ C) $a^2 = b$
D) $b^2 = a^3$ E) $a^2 = b^3$

CLAVE : A



EJERCICIOS

17

La media geométrica de "a" y "b" es "c"; la tercera proporcional de "4b" y "2c" es "d". ¿Cuál es la cuarta proporcional de "2a", "b" y "2d"?

CLAVE : C



EJERCICIOS

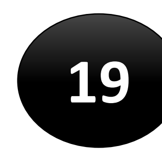
18

Los antecedentes de una serie de razones iguales son respectivamente *3 ; 7 ; 9* y *5*. Si el producto de los consecuentes es *15 120*, calcular la suma de los tres primeros consecuentes.

CLAVE : A



EJERCICIOS



Si la suma de los antecedentes de una serie de 3 razones geométricas iguales es los 2/3 de la suma de los consecuentes, ¿cuál es el producto de los antecedentes, si el producto de los consecuentes es 24 300?

CLAVE : B



EJERCICIOS

20

Si: $\frac{p}{a} = \frac{q}{b} = \frac{r}{c}$; $q = 4p$; $r = 5p$, determinar el valor de: $E = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{(a + b + c)^2}$

CLAVE : A

PITAGORAS ACADEMIA

Evaluación Diaria

1

En una proporción geométrica de razón $\frac{5}{4}$ la suma de los términos es 45 y la diferencia de los consecuentes es 4. Halle el mayor de los términos de la proporción.

A) 12 B) 15 C) 16
D) 18 E) 20

2

Lo que cobra y gasta diariamente un individuo suman S/.900. Lo que gasta y lo que cobra están en la relación de 2 a 3. ¿En cuánto tiene que disminuir el gasto diario para que dicha relación sea de 3 a 5?

A) 13 B) 20 C) 25
D) 36 E) 40

3

Sabiendo que: $\frac{N}{972} = \frac{A}{N} = \frac{T}{A} = \frac{Y}{T} = \frac{4}{Y} = k$,

hallar: $N + A + T + Y$

A) 320 B) 420 C) 340
D) 120 E) 480





PRACTICA Y APRENDERÁS